

2003年（第19回）日本国際賞受賞者 2003 (19th) Japan Prize Laureate



ジェームズ・A・ヨーク博士（アメリカ合衆国）

メリーランド大学物理科学技術研究所数学、物理学教授
1941年生まれ

Dr. James A. Yorke (United States of America)

Distinguished University Professor of Mathematics and Physics, Institute for Physical Sciences and Technology, University of Maryland

Born in 1941

カオス動力学的な現象

カオスは、我々すべてが知っている人類の永遠の真実である。すなわち、小さい攪乱またはわずかな事象が大きい事象につながる。ドストエフスキイのカラマーゾフ兄弟（1879年）において、年老いた司祭が次のような重要な真実を語っている。

「ある場所でのひと触れが地球の果てにおける動きを引き起こす。」

1972年にローレンツは次のように問い合わせた。

「ブラジルにいる一頭の蝶の羽のはばたきがテキサスにおいてトルネードを引き起こすであろうか？」

ベンジャミン・フランクリンは、次第に重要さを増していく事象のカスケードが偶然の事象からどのように発生し得るかを述べた。

「釘を欲したために靴を失った。

靴を欲したために馬を失った。

馬を欲したために騎手を失った。

騎手を欲したために戦いを失った。

戦いを欲したために王国を失った。

結局、蹄鉄の釘を欲したためにすべてを失ったのだ。」

これらの著者はすべて、小さい事象が大きい事象を引き起こす状況について語っている。そ

して、そのような振る舞いが広く見られる時、その状況を“カオス的”と呼ぶ。カオス的状況は、短期的には予測可能であるが、長期的には予測不能である。1975年頃まで、自分たちの研究対象である単純な状況がこのように振る舞う可能性があることを認識していた科学者は、ほとんどいなかった。Henri Poincare（アンリ・ボアンカレ）、Steven Smale（スティーブン・スマール）と彼の共同研究者、Yasha Sinai（ヤシヤ・シナイ）と彼のモスクワの同僚、京都のYoshisuke Ueda（上田暁亮）、MITのEdward Lorenz（エドワード・ローレンツ）および他の何人かの人々のみがそのような振る舞いに気づいた。しかしながら、大多数の科学者および技術者は、彼らのシステムが長期的にみて高度に予測可能な振る舞いを有していると思っていた。

1970年代の後期に、理解のブレークスルーがあった。多くの人々がいくつかの非常に単純な数学的システムが複雑な挙動を示すことに気づいていたが、これらは自分たちとは無関係の例外的現象であるとみなされていた。種々の分野の科学者がこれらの単純なシステムのカオス的挙動が彼らの研究分野の複雑なコンピュータシミュレーションに反映されているように思われ

ることを認識したときに、ブレークスルーが起った。科学者（數学者を含む）は、彼らが研究していたシステムが、電流や摩擦や流速やインフレーション速度やその他彼らの研究に関連した何らかのパラメータ値の選択に応じて、カオス的であることを、突然実感し始めた。

我々のグループは現在、US National Weather Service によって創られたモデルを研究している。それは、全地球の天候のモデルである。このモデルはコンピュータプログラムであり、それを実行するには、地球上の約20,000の地点ならびにこれらの各地点上の約30点（地上約300m、地上約600m、地上約900m等）における温度、風速、気圧および湿度の推定値が必要となる。我々がこれらのすべて、合計で約3,000,000個の推定値を与えれば、モデルは10分後の各推定値を出力する。これらの新しい数値をコンピュータに送り返せば、さらに10分後、すなわち開始20分後の温度、風速、気圧および湿度の予測値を得ることができる。このプログラムを繰り返して適用することによって、将来の任意の望む時点における推定値が得られる。ただしこの予測は完全ではなく、約3,000,000個の良い推定初期値を有していることに強く依存している。もしこれらの推定値がわずかでも不正確であるならば、モデルを反復適用することによって誤差が拡大し、やがて、モデルはその予測能力を失うことになる。

この複雑なモデルの諸特性を理解することは非常に困難であるため、我々はしばしば、 $x_{n+1} = 3.9 x_n (1 - x_n)$ のような極めて単純化したモデルを調べる。このモデルは、3百万個の代わりに1個の数、すなわち x のみに依存する。0と1の間の値をとる数字 x が現在のシステムの状態を表わし、 $3.9 x (1 - x)$ がある時間周期経過後のシステムの状態を表わすと想定してみよう。もし単純化したモデルが何らかの現実的意味を持つものであるならば、我々は x を正確に知ることはできないだろう。そこでもし任意の微小数値区間を選び、この区間における各数にこの関数を適用するならば、新しい区間の像が

得られ、そして、この過程を繰り返せば、さらに新しい区間の像が得られる。その過程を繰り返すにつれて、区間の大きさは通常増加し、適用するごとに長さがほぼ2倍になる。区間の長さは増加に増加を重ねる。0と1の間の任意の区間から始めて、最終的には大きな区間、すなわち、長さが少なくとも $1/2$ の区間が得られる。

この性質がすべての微小区間にに対して成り立つという事実の証明はなく、ほぼ確実に証明されないのであろうが、少なくともそれが我々が観察することである。3.9という数を任意に少し変化させることができれば結果が異なることを、実は我々は知っている。決して大きくならない、いくつかの微小区間が存在するであろう。3.9に対する結果を立証するためには、3.9に任意に近い数、すなわち拡大特性が偽である数と区別する3.9の関連する特性を見つけなければならないだろう。

この挙動は予測可能性に関連している。写像を、たとえば1000回繰り返して適用する最初の点があつて、あなたが知っているのはその点がある微小区間に存在することだけだとすれば、その区間のすべての点に写像を適用しなければならない。1000回適用後の微小区間の像はたいへん大きく、あなたが知っているのはその点がその区間に存在するということだけであるので、予測する能力はほとんどない。

我々は、この単純な過程、すなわち、 x を $3.9 x (1 - x)$ で置きかえることを研究している。その理由は、それがカオス的現象の世界への窓であるからである。この過程の結果を確立する困難さは、より複雑な過程の結果を確立することがいかに困難かを暗示している。

天候に関する我々の研究は、カオスを間接的に用いて現在の天候のより良好な推定を得ることを目的としている。現在の誤差がより小さければ、現在から数日間は予測の誤差がより小さい。我々はまた、生存種におけるDNAの文字（ACGT）の配列を決定するより良い方法を発見するためにカオスの概念を用いている。

例えば、日本は米のドラフト配列を報告した。米国の2つのグループがヒトゲノムの配列のドラフトを得たと報告した。しかし多くの作業が残っている。我々は、天候について用いているのと同様なカオスの概念を使って、費用をあまりかけずに配列のより正確なドラフトを決定することができると信じている。

ある過程がカオス的であると決定することは通常良い知らせでないが、それは、その過程と共存しなければならないすべての人にとって重要な知識である。